

数 学

氏 名	
受 験 番 号	

解答は、最後の答えだけを書くのではなく、その答えを導き出した過程がわかるように式・説明なども書いてください。

問 1 以下の問いに答えよ。

- (1) 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の第 10 項を求めよ。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (2) 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の第 100 項を求めよ。

$$a_1 = 0, a_{n+1} = a_n + n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (3) 次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

[解答例]

- (1) 初項 1, 公差 2 の等差数列であるので、

一般項は $a_n = 1 + 2(n - 1) = 2n - 1$ となり、 $a_{10} = 2 \times 10 - 1 = 19$ である。

- (2) $a_{n+1} = a_n + n$ より、 $a_{n+1} - a_n = n$ であるので、

数列 $\{a_n\}$ の階差数列の第 n 項が n であるから、

$$n \geq 2 \text{ のとき } a_n = 0 + 1 + 2 + \dots + (n - 1) = \frac{n(n - 1)}{2} \text{ となる。}$$

ここで初項は $a_1 = 0$ なので、この式は $n = 1$ のときにも成り立つ。

したがって、一般項は $a_n = \frac{n(n - 1)}{2}$ となるので、 $a_{100} = \frac{100(100 - 1)}{2} = 4950$ である。

- (3) 自然数 n について $a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1) = \dots = 2^n(a_1 + 1) = 2^{n+1}$ であるから、

$a_{n+1} = 2^{n+1} - 1$ となる。よって、 $n \geq 2$ のとき $a_n = 2^n - 1$ である。

ここで初項は $a_1 = 1$ なので、この式は $n = 1$ のときにも成り立つ。

したがって、一般項は $a_n = 2^n - 1$ である。

得 点	
--------	--

数 学

氏 名	
受 験 番 号	

解答は、最後の答えだけを書くのではなく、その答えを導き出した過程がわかるように式・説明なども書いてください。

問 2 大小2個のサイコロを同時に投げるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 2個のサイコロの出る目が、異なる目となる確率を求めよ。
- (2) 2個のサイコロの出る目が、少なくとも1個は2の目となる確率を求めよ。
- (3) 出る目の最小値が3である確率を求めよ。

[解答例]

- (1) まず、2個のサイコロの出る目が、同じ目となる確率を求める。1個目のサイコロは1から6のどの目が出てもよく、2個目のサイコロが1個目のサイコロと同じ目が出る場合の確率は $\frac{1}{6}$ である。
そして、2個のサイコロの出る目が、異なる目となる事象は、2個のサイコロの出る目が、同じ目となる事象の余事象なので、確率は $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ となる。
- (2) まず、2個のサイコロの出る目が、いずれも2の目とならない確率を求める。2個のサイコロの出る目が、1, 3, 4, 5, 6のいずれかの目となる場合であり、大きなサイコロを投げる試行と小さなサイコロを投げる試行は独立であるから、その確率は $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$ である。
そして、2個のサイコロの出る目が、少なくとも1個は2の目となる事象は、2個のサイコロの出る目が、いずれも2の目とならない事象の余事象なので、確率は $1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$ となる。
- (3) 大きなサイコロを投げる試行と小さなサイコロを投げる試行は独立である。
まず、2個のサイコロの出る目が、3, 4, 5, 6のいずれかの目となる場合の確率は $\frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{16}{36}$ である。
そして、2個のサイコロの出る目が、4, 5, 6のいずれかの目となる場合の確率は $\frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{9}{36}$ である。
したがって、出る目の最小値が3である確率は、2個のサイコロの出る目が、3, 4, 5, 6のいずれかの目となる場合の確率から、2個のサイコロの出る目が、4, 5, 6のいずれかの目となる場合の確率を引いたものとなるので、 $\frac{16}{36} - \frac{9}{36} = \frac{7}{36}$ となる。

得 点	
-----	--