

2022年度 群馬大学共同教育学部

学校推薦型選抜・帰国生選抜 問題

数学専攻

小論文

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この解答用紙を開いてはいけません。
2. 問題は3題あり、それぞれ解答用紙に記載してあります。3枚の解答用紙と1枚の下書用紙があります。
落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合には申し出てください。
3. 受験番号と氏名は全ての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 3枚の解答用紙のみを回収するので、この表紙と下書用紙は持ち帰ってください。
5. 解答は各問題の下の解答欄に書き、裏面は使用しないでください。裏面に解答してもその部分は採点しません。

受験 番号		氏名	
----------	--	----	--

1

自然数 n に対して、関数

$$f_n(x) = e^{\frac{x}{10}} - 1 - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!} \left(\frac{x}{10}\right)^k$$

を考える。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $x > 0$ のとき、 $f_1(x) > 0$ 、すなわち、 $e^{\frac{x}{10}} - 1 - \frac{x}{10} > 0$ であることを示せ。
- (2) $f'_{n+1}(x)$ を $f_n(x)$ を用いて表せ。
- (3) すべての自然数 n および $x > 0$ を満たすすべての実数 x に対して $f_n(x) > 0$ が成り立つことを示せ。
- (4) $e^{\frac{1}{5}} > 1.221$ が成り立つことを示せ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

受験 番号		氏名	
----------	--	----	--

2. xyz 空間に球 $S: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ と平面 $L: x + y + z = a$ がある。ただし、 a は正の実数とする。

(1) 球 S と平面 L が交わる (接する場合も含む) ための a の値の範囲を求めよ。

(2) a が (1) の範囲にあるとする。球 S を平面 L で切り2つの立体に分けたとき、体積が大きい方の立体の体積 V を求めよ。

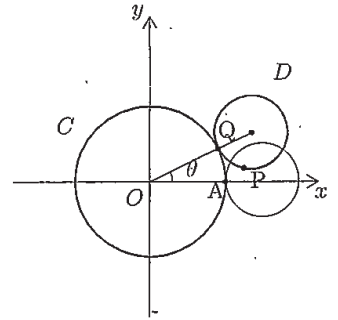
[解答欄]

得 点	
--------	--

受験 番号		氏名	
----------	--	----	--

3

原点を中心とする半径 2 の円を C とし、円 C に点 $A(2,0)$ で外側から接する半径 1 の円を D とする。また、円 D 上に固定された点 P を考える。点 P は最初は点 A に重なっており、円 D が円 C の周りを接したまま、すべらずに反時計回りに動くとき点 P が描く曲線を E とする。ただし、「すべらずに反時計回りに動く」とは、右図のように 2 つの円の接点 Q に対し、円 C 上の弧 AQ と円 D 上の弧 PQ の長さが等しい状態を保ちながら円 D が動くことを意味する。



- (1) 曲線 E が点 $(0,4)$, 点 $(-2,0)$ を通ることを説明せよ。
- (2) 曲線 E の x 軸より上の部分が、円弧(円周の一部)ではないことを示せ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

下書用紙